

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM ESTRUTURAS DE CONCRETO: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO

Paulo S. T. Miranda

pfilho_concreto@yahoo.com.br

Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará

Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Fortaleza - CE – Brasil

***Resumo.** Trabalho apresentado à disciplina Método dos Elementos Finitos como requisito para obtenção de nota parcial. São apresentados definições e conceitos clássicos do dimensionamento do concreto armado. São abordados ainda, através de referências e citações, alguns modelos constitutivos e tipos de modelagens em elementos finitos de concreto, aço e do sistema de aderência entre os dois materiais. O objetivo deste trabalho é apresentar para o iniciante em modelagem de estruturas de concreto pelo Método dos Elementos Finitos uma revisão bibliográfica sobre o assunto e gerar confiança para a utilização do método através de uma aplicação e verificação bastante simples. Para tanto é feito uso do software de análise numérica Mtool. Esta aplicação consiste na verificação das tensões na região de furos que atravessam vigas de concreto na direção de sua largura. São adotados como parâmetro para a dispensa de verificação das tensões em torno dos furos as recomendações da NBR 6168 – Projeto de estruturas de concreto da ABNT. Os resultados confirmam as recomendações de Norma para a dispensa de verificação de furos (reforço).*

***Palavras-chave:** Concreto armado, Elementos Finitos, Furos em vigas*

1. INTRODUÇÃO

Em determinadas situações de carregamento, como no caso de vigas submetidas à flexão, surgem tensões de tração para as quais o concreto simples não é o material mais apropriado para combatê-las.

Segundo Leonhardt (1977) a resistência à tração do concreto depende de muitos fatores, especialmente da aderência dos grãos dos agregados com a argamassa de cimento. Esta resistência pode ainda ser influenciada por tensões resultantes de dilatações volumétricas por variação de temperatura e retração.

A resistência do concreto a esforços de tração é bastante inferior à sua capacidade resistente à compressão. A NBR 6118 – Projetos de estruturas de concreto – em seu item 8.2.5 adota, na ausência de ensaios para obtenção dos valores das resistências à tração direta e na flexão, o seguinte valor para a resistência média característica do concreto à tração:

$$f_{ct,m} = 0,21 f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)} \quad (1)$$

Devido a essa deficiência do concreto simples, são inseridas então, armaduras no concreto para resistir aos esforços de tração.

Segundo Leonhardt (1977) o aumento das tensões de tração na zona tracionada leva o concreto a atingir sua resistência à tração na flexão ao mesmo tempo em que faz surgir tensões de aderência entre o aço e o concreto. Sendo assim, o correto funcionamento do concreto armado depende da firme ligação por aderência (bond) entre o concreto e as barras da armadura. É a aderência entre os materiais que garante o mesmo alongamento das barras da armadura e o alongamento das fibras vizinhas de concreto. Como o alongamento à tração do concreto é pequeno, o concreto fissa na presença de maiores solicitações de tração, e as barras da armadura devem, então absorver as forças de tração.

Segundo Fusco (1995) essa aderência é composta por diversas parcelas:

Aderência por adesão. Essa parcela ocorre devido às ligações físico-químicas que se estabelecem na interface do aço e do concreto durante as reações de pega do cimento. Esse efeito, isoladamente, não é suficiente para uma boa ligação, pois é destruído no caso de pequenos deslocamentos.

Aderência por atrito. As forças de atrito dependem do coeficiente de atrito entre o aço e o concreto que é função da rugosidade superficial da barra.

Aderência mecânica. Esta parcela é decorrente da presença de saliências na superfície da barra que funcionam como peças de apoio, gerando tensões de compressão no concreto.

1.1 Comportamento mecânico do concreto armado

Segundo Rocha (1986) ao ensaiar uma peça de concreto armado à flexão, sob a ação de carga gradativamente crescente, observa-se que as tensões passam por 3 fases distintas durante o aumento da carga, sendo estas fases denominadas estádios.

Estádio I. Corresponde ao estágio inicial de aplicação do carregamento. Observam-se pequenas solicitações e a zona tracionada do concreto se mantém intacta. A resistência do concreto à tração é considerada no cálculo e são aplicadas as leis gerais da Resistência, sendo as tensões calculadas pela Resistência dos Materiais como mostra a Eq. (2):

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot c \quad (2)$$

Onde M é o momento fletor, I é o momento de inércia da seção em relação à linha neutra e c é a distância à linha neutra do ponto onde se quer calcular a tensão. O diagrama de tensões é linear.

Com o aumento do carregamento, sem ruptura propriamente dita do concreto e antes de atingir o estágio II, na zona tracionada o concreto sai da fase elástica e entra na fase plástica, onde o material não obedece mais a Lei de Hooke. Esta fase é conhecida como *Estádio Ia*.

Estádio II. Fase em que a resistência à tração no concreto já foi ultrapassada e a resistência à compressão ainda se encontra no regime elástico obedecendo à Lei de Hooke.

Estádio III. Neste Estádio, o concreto comprimido está na fase plástica, não obedecendo mais à Lei de Hooke.

2. MODELOS CONSTITUTIVOS

Segundo Paliga *et al* (2007) para um bom desempenho da análise numérica através dos Elementos Finitos de estruturas de concreto armado é necessária uma representação consistente do comportamento mecânico do concreto, do aço e do sistema de aderência entre os materiais. Essa representação é estabelecida através das relações constitutivas (leis tensão-deformação) dos materiais que devem modelar os seus comportamentos físicos reais.

O Método dos Elementos Finitos permite analisar de forma mais racional os fenômenos gerados pelos diferentes comportamentos mecânicos do concreto armado quando submetido a crescentes níveis de carregamento.

2.1 Modelos constitutivos que retratam o comportamento do concreto composto por critério de plastificação

Segundo Gamino (2007) os modelos mais utilizados para retratar o comportamento do concreto são: os modelos elásticos não lineares, os modelos incrementais, os modelos elastoplásticos, os modelos de ruptura e os modelos de dano. São abordados neste trabalho os modelos elásticos não lineares, os modelos elastoplásticos e os modelos de ruptura.

Modelos elásticos não lineares. Ainda segundo Gamino (2007) existem três leis de aproximação aos modelos elásticos não lineares: as leis hiperelásticas, as leis hipoeelásticas e as leis elásticas com ruína. Dentro do campo das leis hiperelásticas pode-se citar o modelo isotrópico de Ottosen.

Modelos elastoplásticos. São modelos combinados que procuram retratar o comportamento de um dado material quando solicitado, definindo dois trechos distintos na curva tensão-deformação, um elástico e outro plástico ocorrendo, portanto, deformações elásticas e inelásticas (residuais). Várias teorias foram concebidas por diversos pesquisadores tais como Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, entre outros, que desenvolveram analiticamente superfícies de plastificação que procuram delimitar através de uma fronteira os regimes elástico e plástico.

Modelos de ruptura. Procura-se retratar a evolução da fissuração em um corpo sólido, estabelecendo superfícies de ruptura segundo a teoria clássica da mecânica da fratura.

Merecem destaque neste campo as superfícies de ruína de Rankine, Mohr-Coulomb, Chen-Chen, Willam-Warnke, entre outros.

2.2 Modelos constitutivos que retratam o comportamento do concreto composto por regra de fissuração

Segundo Machado *at al* (2007) a fissura é formada no plano ortogonal à tensão principal máxima σ_1 . Após isso, considera-se o concreto ortotrópico, sendo desprezado o efeito de Poisson. A direção da fissura é admitida permanecer fixa. Em estado plano de tensão, permite-se apenas uma única fissura, para cada ponto no interior do elemento de concreto. Para um ponto já fissurado, verifica-se a formação de uma segunda fissura, que, por simplicidade, seria ortogonal à primeira fissura. Se ocorrerem duas fissuras, supõe-se que o concreto não colabora mais na resistência da estrutura, tendo suas tensões anuladas no ponto em questão. Calcula-se a direção da fissura, resolvendo-se um problema de autovetores. Calculam-se também os cossenos diretores dos ângulos formados entre o autovalor equivalente à tensão principal máxima σ_1 e o estado de tensão que originou a fissura.

Segundo Ribeiro *at al* (2006) as direções principais se modificam, por mudanças no carregamento ou por não-linearidades da estrutura, produzindo deslocamentos relativos das faces rugosas da fissura, isto causa o surgimento de tensões de corte no plano da fissura. O valor destas tensões de corte depende das condições locais na fissura. O principal mecanismo de transferência de esforços transversais é o engrenamento dos agregados e as principais variáveis envolvidas são o tipo e a granulometria dos mesmos.

Segundo Machado *at al* (2007), o efeito de pino da armadura que cruza a fissura (“dowell effect”) tem também importância na transferência de esforços. Neste caso, as principais variáveis envolvidas são o diâmetro das barras, a taxa de armadura e a inclinação das barras em relação ao plano da fissura. Ambos mecanismos são controlados pela abertura da fissura, que, quando aumenta, faz com que se reduza a capacidade de transferência de corte (“shear transfer”).

Segundo Gamino (2007) existem vários modelos teóricos, que podem ser divididos, genericamente, em três grupos: modelos semi-empíricos; modelos com transferência de tensão; e modelos baseados na mecânica da fratura. Nos modelos dos dois primeiros grupos, a fissuração do material é governada pela resistência à tração do concreto; já nos modelos do terceiro grupo, é a energia de fratura o parâmetro governante.

Modelos semi-empíricos. São desenvolvidos através de valores obtidos em ensaios de peças de concreto armado. Como são baseados em valores experimentais, estes modelos apresentam a vantagem de poder simular não só os vários fenômenos que acontecem durante a fissuração do concreto armado, tais como o amolecimento do concreto e a contribuição do concreto entre fissuras (“tension-stiffening”), mas também sua interação. Contudo, quando estes modelos são empregados, não se consegue analisar separadamente a influência de cada um destes fenômenos na resposta global da estrutura.

Modelos com transferência de tensão. Baseiam-se na transferência de tensão, por aderência, entre o aço e o concreto. A formação de novas fissuras, até que uma configuração final seja estabelecida, está associada ao fato de se ter espaço suficiente para transferir tensão por aderência entre os materiais.

Modelos baseados na mecânica da fratura. Baseiam-se em um critério energético para a propagação das fissuras. Segundo este critério, para uma fissura se propagar, a taxa de

energia de deformação dissipada na propagação deve ser pelo menos igual à taxa de energia requerida para a formação de novas superfícies livres (novas fissuras).

Segundo D'ávila (2003) a escolha de qual grupo utilizar está vinculada ao tipo de problema a ser analisado. Na análise da fissuração de peças de concreto simples, onde normalmente se forma uma fissura predominante, a energia de fratura deve ser o parâmetro governante. Já em peças de concreto armado, pode-se obter bons resultados empregando os modelos semi-empíricos ou os de transferência de tensão por aderência. Isto se deve ao fato que a presença da armadura ocasiona uma redistribuição de tensões, resultando o aparecimento de múltiplas fissuras ao longo da peça.

2.3 Modelos constitutivos que retratam o comportamento do concreto composto por regra de endurecimento (“tension stiffening”)

Segundo Ribeiro *at al* (2006) a regra de endurecimento define a maneira pela qual as superfícies de plastificação se movimentam (superfícies de carregamento) durante a deformação plástica. Admite-se que o concreto entre as fissuras suporta um certo nível de tensões de tração, aderindo às barras de armadura e contribuindo ativamente para a rigidez total da estrutura. Este efeito é conhecido como enrijecimento à tração (“tension stiffening”) e este modelo pode ser incorporado modificando-se a curva tensão-deformação do concreto.

2.4 Modelos constitutivos que retratam o comportamento do concreto composto por regra de amolecimento na tração (“strain-softening”)

Segundo Gamino (2007) outro aspecto importante na análise numérica de estruturas de concreto armado é a escolha do modelo a ser utilizado na simulação do comportamento pós-fissuração do concreto armado, ou seja, os modelos de amolecimento na tração (“softening”). Segundo Machado *at al* (2007) essa curva de amolecimento é aplicável somente ao concreto e desconsidera-se o efeito de rigidez à tração pela presença da armadura. Ainda Segundo Machado *at al* (2007) assim como a tensão normal ao plano da fissura, a tensão paralela ao plano da fissura também sofre uma modificação. Duas situações possíveis podem acontecer: a deformação nesta direção ser de compressão, onde, para este caso, sugere-se que a tensão correspondente se comporte de acordo com o diagrama de um ensaio uniaxial à compressão, segundo o Código Modelo CEB-FIP 1990. Por outro lado, se a deformação, na direção analisada, for de tração, adota-se uma relação tensão-deformação linear. O limite superior desta relação é a resistência à tração do concreto. Se este limite for atingido, supõe-se que o concreto esteja fissurado nas duas direções e as tensões, no ponto, passam a serem nulas.

2.5 Modelos constitutivos da armadura

Um modelo constitutivo para as armaduras adotado por Gamino (2007) foi o modelo de plastificação de Von Mises. Segundo Paliga *at al* (2007) depois de atingida a deformação de escoamento do aço, é possível, ainda, considerar-se um certo enrijecimento do material até ser alcançada a deformação de ruptura. Por simplicidade, o comportamento do material em compressão é simulado da mesma maneira que em tração.

2.6 Modelos constitutivos do sistema de aderência

Segundo Gamino (2007) vários são os modelos de aderência propostos por diversos pesquisadores com a finalidade de simular o mecanismo de ligação entre o concreto e as armaduras. O modelo “bond-slip” proposto pelo CEB traduz uma relação entre a tensão de

aderência e o deslizamento (entre as armaduras e o concreto). Outro modelo para a representação do efeito de perda de aderência entre os materiais é o modelo de Homayoun.

3. MODELAGEM DE ELEMENTOS FINITOS

Segundo Paliga *at al* (2007) o procedimento inicial do Método dos Elementos Finitos consiste em dividir a estrutura a ser analisada em pequenos elementos de superfície (elementos finitos), que são conectados entre si por meio de pontos nodais. Na solução em deslocamentos, as incógnitas do problema são os deslocamentos dos pontos nodais, e a partir destes, as deformações são calculadas. Estabelecendo-se, então, relações constitutivas dependentes das deformações, as tensões podem ser determinadas.

3.1 Modelagem do concreto sem fissuras

Segundo Ribeiro *at al* (2006) para se modelar o concreto sob estado plano de tensões usa-se elementos isoparamétricos bidimensionais. A formulação dos elementos isoparamétricos quadráticos permite gerar elementos com lados curvos e modelar mais adequadamente os contornos irregulares de peças a serem analisadas. Os elementos possuem dois graus de liberdade em cada nó, correspondentes às translações na direção dos eixos x e y .

3.2 Modelagem do concreto fissurado

Segundo Gamino (2007) devido à natureza localizada, a correta modelagem da fissura é um tópico difícil, pois trata da descontinuidade no campo de deslocamentos. Na simulação numérica de estruturas de concreto armado fissuradas via Método dos Elementos Finitos, a escolha adequada do tipo de modelo a ser utilizado em cada situação é determinante.

Particularmente, três aspectos têm especial importância: como representar a fissura; como simular o comportamento do material fissurado e como representar a armadura.

As fissuras podem ser modeladas de três formas distintas: discreta, distribuída ou incorporada:

Forma discreta. A fissura é modelada pela separação das arestas dos elementos. No Método dos Elementos Finitos, a menos que a trajetória da fissura seja conhecida antecipadamente, as fissuras discretas são modeladas alterando-se a malha para suportar a propagação. Esta redefinição de malha tem um custo computacional grande, o que dificulta a utilização destes modelos quando se tem várias fissuras espalhadas ao longo da peça, como no caso de estruturas de concreto armado.

Forma distribuída. A descontinuidade do campo de deslocamentos causada pela fissura é espalhada ao longo do elemento, que tem sua equação constitutiva alterada. Mesmo sabendo que a continuidade de deslocamentos assumida é incompatível com a descontinuidade real, modelos deste tipo foram os mais utilizados ao longo dos anos, devido ao fato de sua aplicação computacional ser bastante simples e conseguirem modelar bem o comportamento estrutural global de peças de concreto armado. Contudo, quando combinados com modelos baseados na mecânica da fratura para simular o comportamento do concreto fissurado, estes modelos ficam dependentes da malha de elementos finitos utilizada na análise numérica.

Forma incorporada. Reúnem os aspectos favoráveis das duas técnicas anteriores: não se necessita fazer uma redefinição de malha e os resultados obtidos são independentes da malha de elementos finitos utilizada. Estes modelos se baseiam no conceito de descontinuidades incorporadas dentro de elementos finitos padrão.

3.3 Modelagem da armadura

Segundo Machado *at al* (2007) para se modelar as barras de armadura, utiliza-se um elemento finito também isoparamétrico mas unidimensional, permitindo-se modelar tanto barras retas, definidas por dois nós, ou curvas, definidas por três nós.

Segundo Gamino (2007) existem basicamente quatro formas de representação das armaduras em estruturas de concreto via método dos elementos: discreta, incorporada, distribuída e axissimétrica.

Modelo discreto. As armaduras devem estar posicionadas necessariamente sobre as arestas dos elementos finitos que representam a matriz de concreto, gerando portanto uma dependência do posicionamento da armadura quanto à malha de elementos finitos previamente definida.

Modelo incorporado. Também conhecido como “embedded reinforcement” possui a vantagem da não dependência da malha inicial quanto ao posicionamento das armaduras, podendo as mesmas transpor elementos finitos de concreto.

Segundo Ribeiro *at al* (2006) o modelo incorporado, por suas inúmeras vantagens, é o mais empregado para a representação de barras de armadura em análises por elementos finitos de estruturas de concreto. Através desta formulação, supõe-se que a armadura resista apenas a esforços axiais em sua direção longitudinal e que os deslocamentos de um ponto qualquer da barra são iguais aos do elemento de concreto no qual ela está incorporada. Pode-se posicionar arbitrariamente as barras de armadura no interior dos elementos de concreto, sem gerar novas incógnitas para o problema.

Modelo distribuído. Possui os atributos da representação incorporada porém com a vantagem de introduzir-se taxas de armaduras constantes, segundo eixos de orientação da estrutura, o que implica em produtividade no lançamento de armaduras de lajes, estribos de vigas e estruturas de concreto em geral que possuam conjuntos de armaduras espaçadas igualmente.

Modelo axissimétrico pontual. Armaduras de confinamento ou cisalhamento tais como estribos circulares e espirais podem ser representados por meio de elementos finitos axissimétricos pontuais.

3.4 Modelagem do sistema de aderência

Segundo Gamino (2007), para modelagem de armaduras incorporadas utiliza-se na modelagem do sistema de aderência os elementos de interface incorporados. A perda de aderência utilizando elementos de mola deve ser utilizada no modelo de armaduras discretas. Neste sentido, a perda de aderência é tratada por meio de duas molas ortogonais que ligam os nós das armaduras com os nós do concreto cujo comportamento pode, por exemplo, seguir a lei de Homayoun.

4. PROGRAMA DIANA

Um dos programas de análise numérica pelo Método dos Elementos Finitos bastante utilizados em estruturas de concreto armado é o DIANA. Segundo Machado *at al* (2007) o DIANA (DIsplacement Method ANALyser) é um programa utilizado para a análise não-linear de estruturas, desenvolvido pela TNO Building and Construction Research na Holanda.

O DIANA oferece várias possibilidades de modelagem em estruturas de concreto armado como por exemplo: a possibilidade de se trabalhar com o modelo de fissuração discreta (discrete crack model) e com o modelo de fissuração distribuída (smeared crack model), possibilidade de combinar o modelo de fissuração distribuída para a tração e um modelo plástico para a compressão, utilização do modelo “tension stiffening” para representar o comportamento do concreto armado fissurado na tração, utilização do modelo clássico de ruptura de Mohr-Coulomb para o tratamento da compressão do concreto, utilização de elementos tipo “embedded reinforcement” para modelar as armaduras e adoção do modelo de ruptura de Von Mises, com a equação constitutiva do material seguindo um modelo elasto-plástico perfeito para representar o comportamento do aço.

5. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para efeito de aplicação do Método dos Elementos Finitos será realizada a verificação das tensões em torno de furos que atravessam vigas na direção de sua largura. Para tal verificação são feitas as seguintes considerações.

A viga é em concreto simples, sem armadura, sendo o concreto responsável por combater as tensões de tração e compressão (diagrama de tensões é linear). Neste modelo, as tensões obedecem à Lei de Hooke e o cálculo destas é possível pela Eq. (2) da Resistência dos Materiais.

Esta aplicação tem como objetivo iniciar a modelagem de vigas pelo Método dos Elementos Finitos de forma a criar confiança no método por parte dos iniciantes.

5.1 Programa de Elementos Finitos

No desenvolvimento desta aplicação foi utilizado o software Mtool (Two-dimensional Mesh Tool). Um programa gráfico interativo para a geração de malhas de elementos finitos bidimensionais. Ele possui dois ambientes bem distintos. O primeiro, é responsável pela definição da geometria e topologia do modelo. Este ambiente é suportado pela estrutura de dados topológica half-edge, que permite assegurar a consistência do modelo durante a sua criação. O segundo ambiente do Mtool apresenta uma representação única de malhas de elementos finitos convencional, obtida a partir da conversão das malhas do modelo de regiões, definido no ambiente de edição do modelo. No segundo ambiente, o usuário pode realizar operações típicas de modelos de elementos finitos, como, por exemplo, consultar a incidência nodal de cada elemento finito gerado na conversão. No entanto, não existem funções para edição da malha, pois não se tem o suporte de uma estrutura de dados topológica. Para isso, o usuário pode retornar ao ambiente de edição do modelo, realizar as alterações necessárias e fazer uma nova conversão para o Modelo de Elementos Finitos.

5.2 Modelos de Elementos Finitos

A peça foi modelada sob o estado plano de tensões. O elemento utilizado foi um modelo isoparamétrico triangular de seis nós (T6). Este elemento possui dois graus de liberdade por nó, deslocamentos na direção x e y.

5.3 Características da viga

O concreto utilizado no modelo possui f_{ck} de 20MPa, módulo de deformação de 10645 MPa e coeficiente de Poisson de 0.2. A viga possui dois vínculos de apoio, um com restrição à translação nos eixos y e z e outro com restrição à translação nos eixos x, y e z. A seção

transversal da viga é 12cmx40cm e o vão livre de 4,00m. É aplicado um carregamento monotônico uniformemente distribuído de 1500 kgf/m.

5.4 Verificação das tensões de compressão e tração do modelo

Uma viga com as características descritas no item anterior foi modelada no Mtool usando os elementos finitos também aqui já descritos. A Figura 1 mostra a peça modelada, a Fig. 2 o esquema de distribuição das tensões σ_{xx} de tração (em vermelho) e compressão (em azul) na peça, a Fig. 3 o diagrama de tensões σ_{xx} no meio do vão e Fig. 4 a distribuição das tensões de cisalhamento τ_{xy} .

Após o processamento do modelo as tensões de tração e compressão σ_{xx} encontradas foram iguais em módulo e de valor 94,00 kgf/cm².

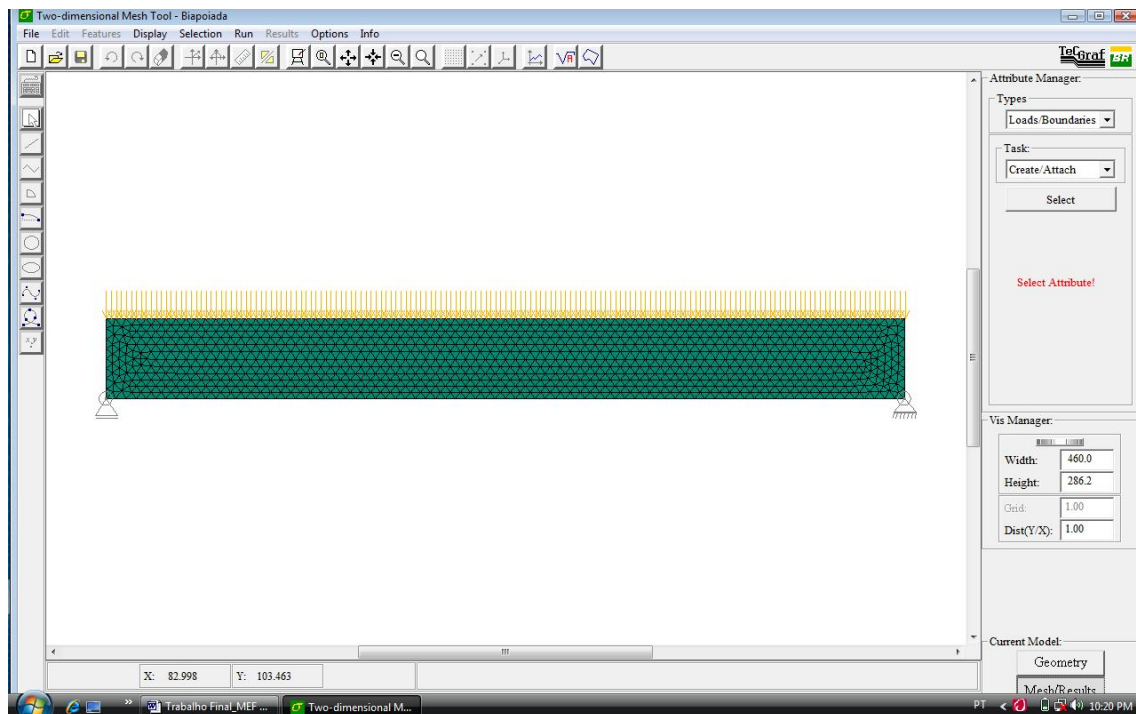


Figura 1 – Modelagem da viga no Mtool

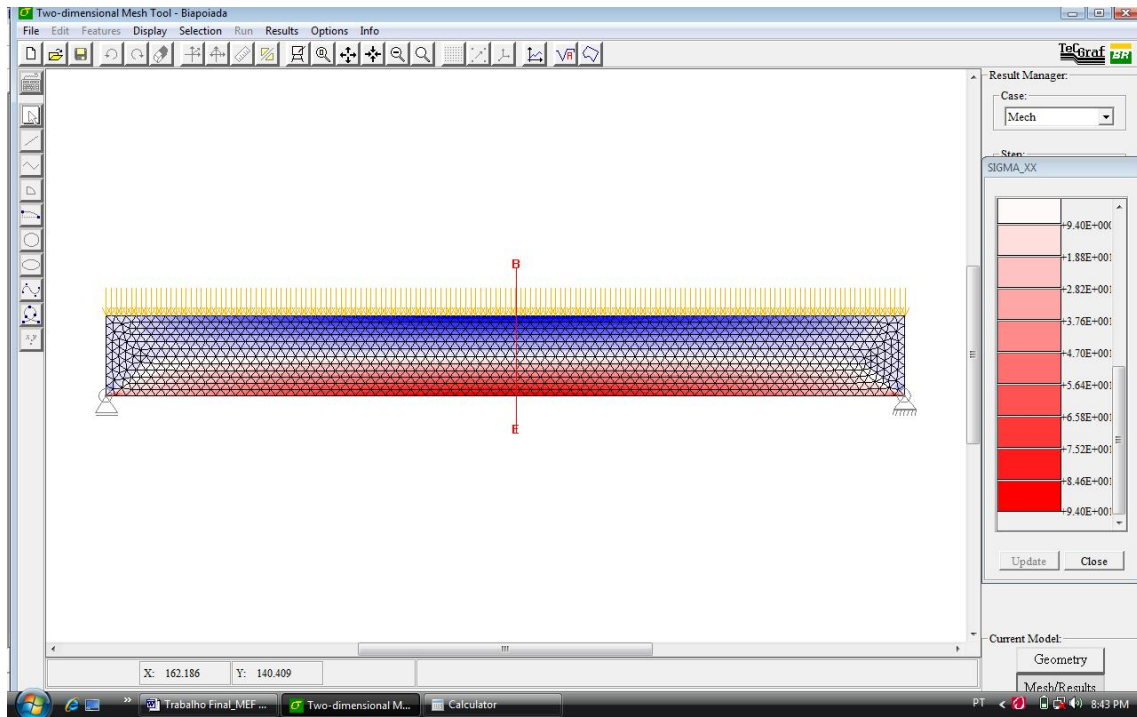


Figura 2 – Distribuição das tensões σ_{xx} na viga

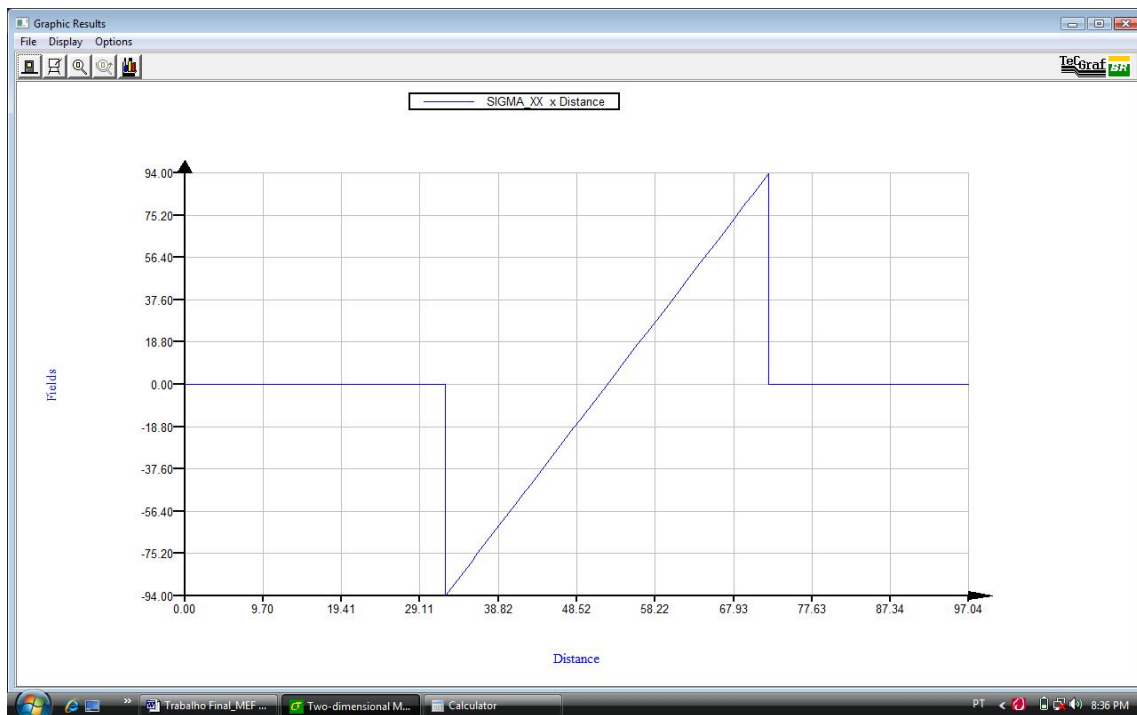


Figura 3 – Diagrama de tensões σ_{xx} no meio do vão da viga

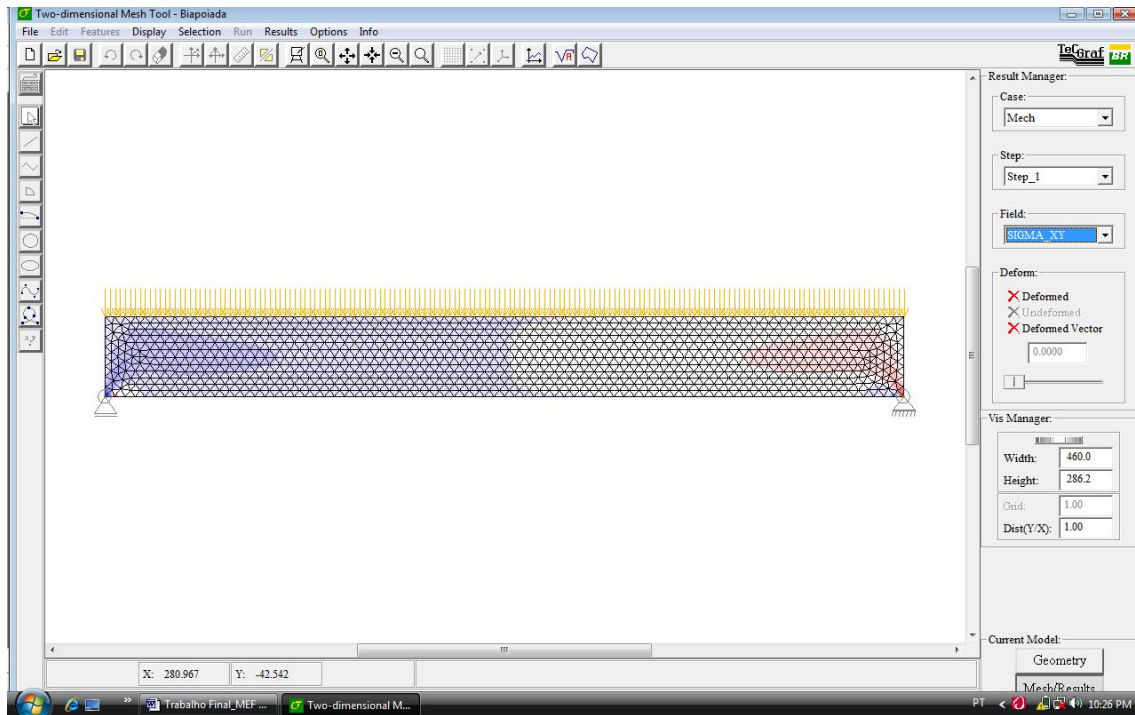


Figura 4 – Distribuição das tensões τ_{xy} na viga

Tensões através da Resistência dos Materiais. Usando a mesma viga modelada no Mtool, são calculadas as tensões no meio do vão da viga através da Eq. (2) da Resistência dos Materiais com segue:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} \Rightarrow M = \frac{15 \cdot 400^2}{8} \Rightarrow M = 300000 \text{kgf} \cdot \text{cm} \quad (\text{Momento fletor}) \quad (3)$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \Rightarrow I = \frac{12 \cdot 40^3}{12} \Rightarrow I = 64000 \text{cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia}) \quad (4)$$

$$\sigma_{xx} = \frac{M}{I} \cdot c \Rightarrow \sigma_{xx} = \frac{300000}{64000} \cdot 20 \Rightarrow \sigma_{xx} = 93,75 \text{kgf} / \text{cm}^2$$

Avaliação da verificação. Algumas importantes conclusões são extraídas desta verificação:

1. O modelo numérico por Elementos Finitos confirmam os valores das tensões σ_{xx} calculadas pelas equações da Resistência dos Materiais;
2. O diagrama de tensões é linear;
3. Na região próxima aos apoios, local de perturbação do campo de tensões, verifica-se a que a distribuição de tensões não se rege mais pelas leis elementares admitidas na análise da estrutura, obedecendo ao Princípio de Saint Venant. Segundo Fusco (1995) a zona de regularização possui a mesma ordem de grandeza que a dimensão característica da seção de aplicação da força concentrada;
4. São observadas concentrações de tensões de cisalhamento τ_{xy} na região dos apoios.

6. APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NA VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA REGIÃO DE FUROS QUE ATRAVESSAM VIGAS NA DIREÇÃO DE SUA LARGURA

6.1 Vigas com aberturas

Algumas situações de compatibilidade de projetos obrigam os projetistas estruturais a prever furos e aberturas em vigas para passagem de tubulações.

Segundo Fusco (1995) o detalhamento das armaduras das vigas com aberturas é feito com a hipótese de que as bielas diagonais de concreto possam ter inclinação entre $\arctg(3/5)$ e $\arctg(5/3)$ em relação ao eixo longitudinal da peça. Na verdade, as bielas podem ter inclinações até na faixa de $\arctg(1/2)$ e $\arctg(2)$, mas não convém considerar as resultantes dessas tensões diagonais fora da faixa mais restrita de $\arctg(3/5)$ e $\arctg(5/3)$.

As aberturas interferem também com as bielas de cisalhamento. Quando as aberturas se localizam em posições críticas ou quando há aberturas múltiplas próximas umas das outras, deve-se tratar o problema como se fosse o de uma grande abertura. No entanto, como de fato não se trata de uma grande abertura, é preciso cuidar para que não ocorra fissuração exagerada das partes consideradas como não resistentes.

6.2 Verificação de furos que atravessam a viga na direção da sua largura segundo a NBR 6118

A NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto estabelece o seguinte:

Furos e aberturas. Estruturas cujo projeto exige a presença de aberturas devem ser calculadas e detalhadas considerando as perturbações das tensões que se concentram em torno dessas aberturas, prevendo, além das armaduras para resistir aos esforços de tração, também armaduras complementares dispostas no contorno e nos cantos das aberturas. De maneira geral os furos têm dimensões pequenas em relação ao elemento estrutural enquanto as aberturas não. Um conjunto de furos muito próximos deve ser tratado como uma abertura.

Furos que atravessam vigas na direção de sua largura. Em qualquer caso, a distância mínima de um furo à face mais próxima da viga deve ser no mínimo igual a 5 cm e duas vezes o cobrimento previsto para essa face. A seção remanescente nessa região, tendo sido descontada a área ocupada pelo furo, deve ser capaz de resistir aos esforços previstos no cálculo, além de permitir uma boa concretagem. Devem ser respeitadas, simultaneamente, para dispensa de verificação, as seguintes condições:

- a) furos em zona de tração e a uma distância da face do apoio de no mínimo $2h$, onde h é a altura da viga;
- b) dimensão do furo de no máximo 12 cm e $h/3$;
- c) distância entre face de furos, num mesmo tramo, de no mínimo $2h$;
- d) cobrimentos suficientes e não seccionamento das armaduras.

As Figuras a seguir mostram alguns exemplos de furos em vigas de concreto armado na direção de sua largura para passagem de tubulações.



Figura 5 – Passagem de tubulação através de furos em vigas



Figura 6 – Passagem de tubulação através de furos em vigas



Figura 7 – Passagem de tubulação através de furos em vigas

6.3 Verificação de um furo que obedece às recomendações da NBR 6118 para dispensa de verificação de tensões

São apresentadas a seguir as Fig. 8, 9, 10 e 11 que mostram respectivamente a peça modelada, o esquema da distribuição de tensões σ_{xx} de tração (em vermelho) e compressão (em azul) na peça, o diagrama de tensões σ_{xx} na região do furo e a distribuição das tensões τ_{xy} de cisalhamento.

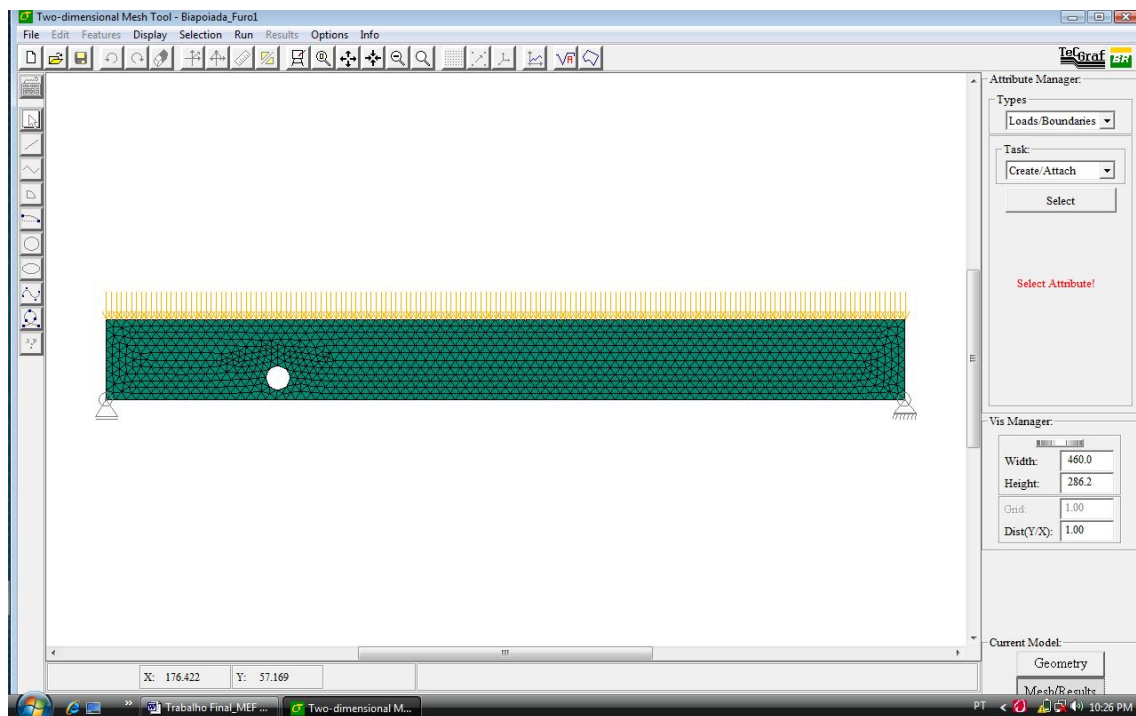


Figura 8 – Modelagem da viga no Mtool

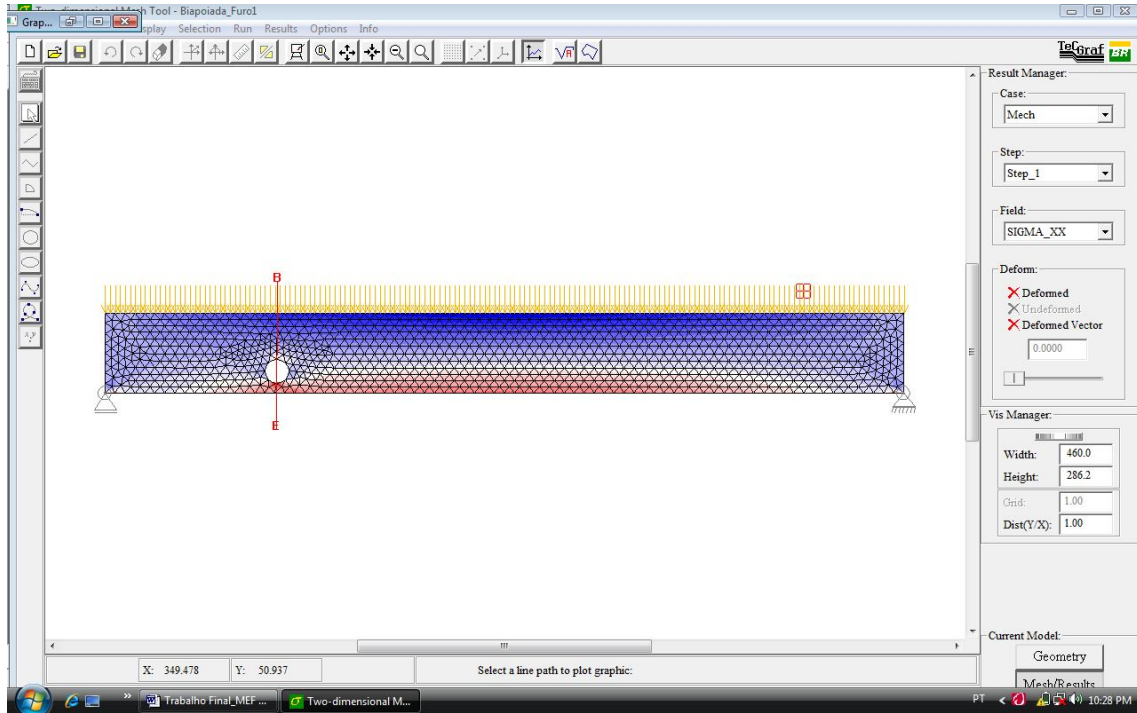


Figura 9 – Distribuição das tensões σ_{xx} na viga

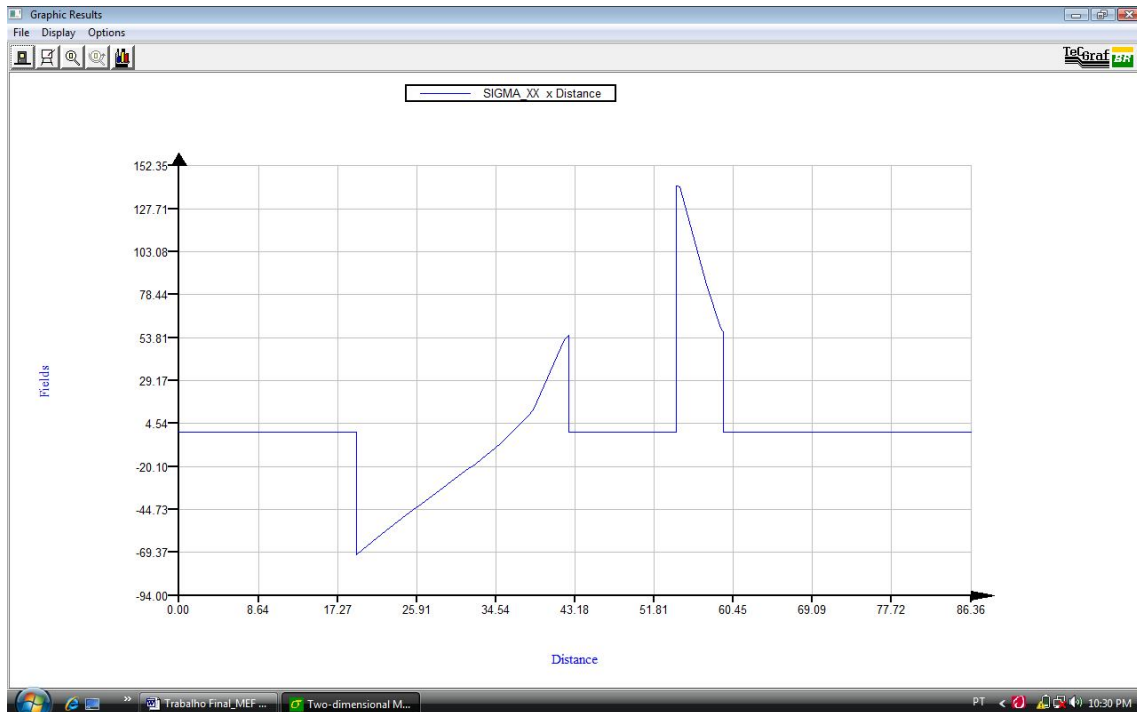


Figura 10 – Diagrama de tensões σ_{xx} na região do furo

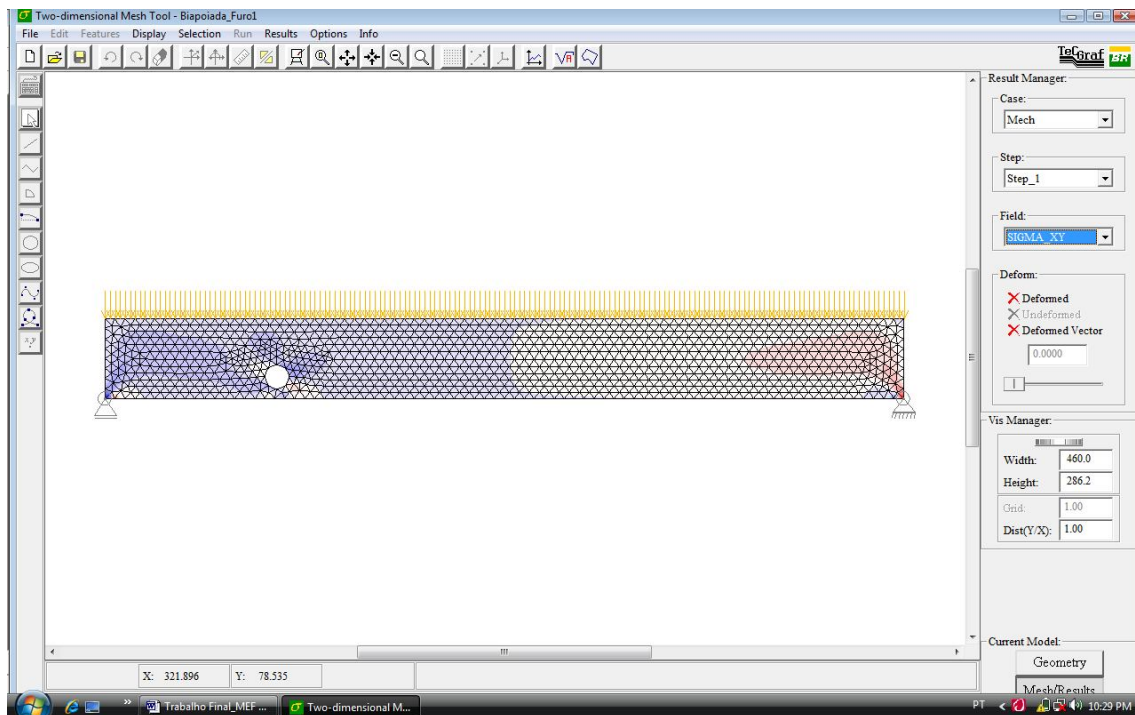


Figura 11 – Distribuição das tensões τ_{xy} na viga

Avaliação da verificação. Algumas importantes conclusões são extraídas desta verificação:

1. Observando o diagrama de tensões na região do furo, percebe-se que surgem apenas tensões σ_{xx} de tração em torno do furo. Estendendo, de forma simplificada, a análise para peças de concreto armado, nesta região a armadura é a grande responsável pelo combate de tensões de tração;
2. O Método dos Elementos Finitos confirma as recomendações da NBR 6118.

6.4 Verificação de um furo a uma distância menor que $2h$ do apoio

São apresentadas a seguir as Fig. 12, 13, 14 e 15 que mostram respectivamente a peça modelada, o esquema da distribuição de tensões σ_{xx} de tração (em vermelho) e compressão (em azul) na peça, o diagrama de tensões σ_{xx} na região do furo e a distribuição das tensões τ_{xy} de cisalhamento.

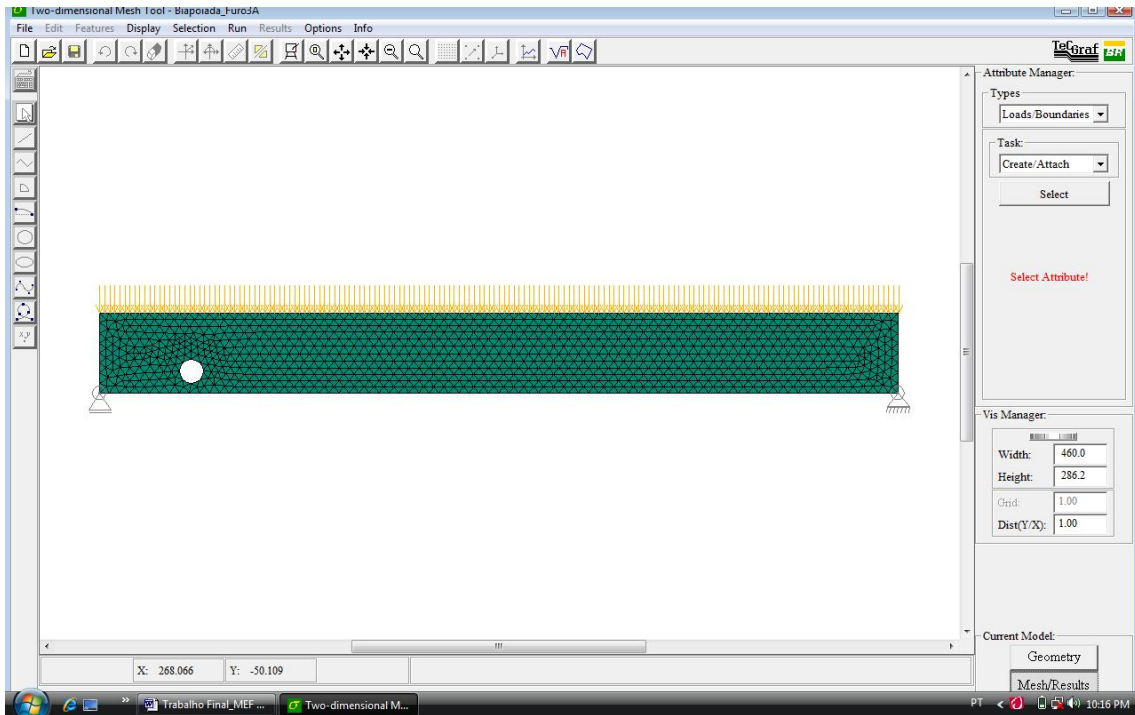


Figura 12 – Modelagem da viga no Mtool

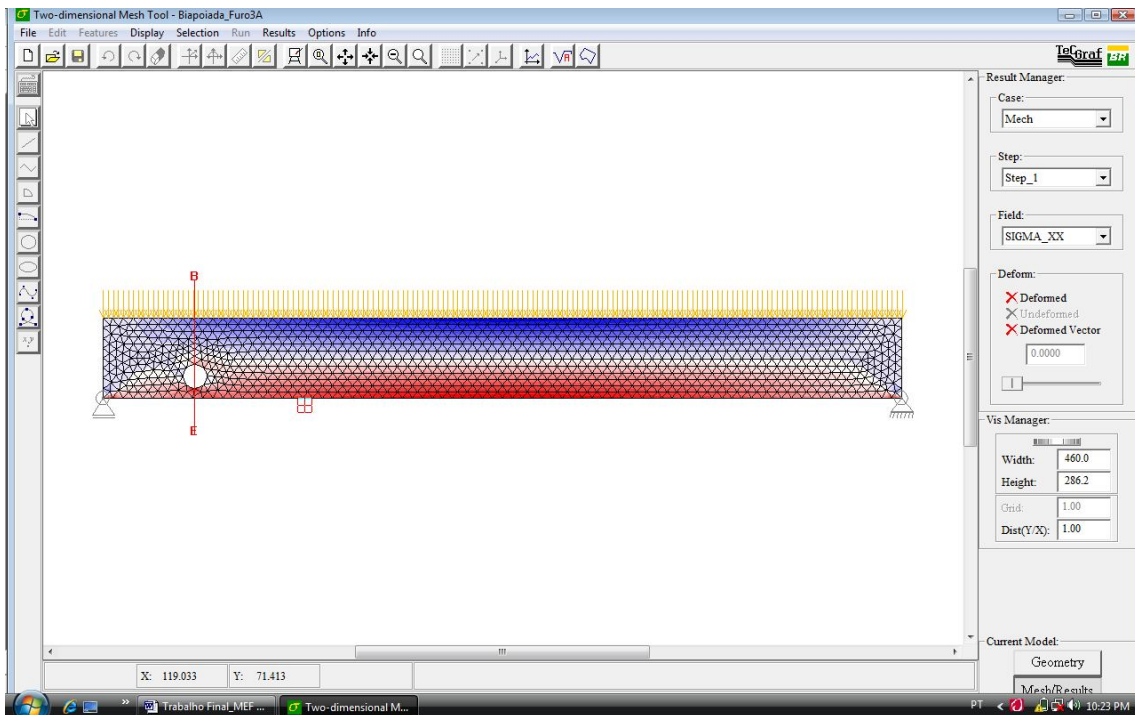


Figura 13 – Distribuição das tensões σ_{xx} na viga

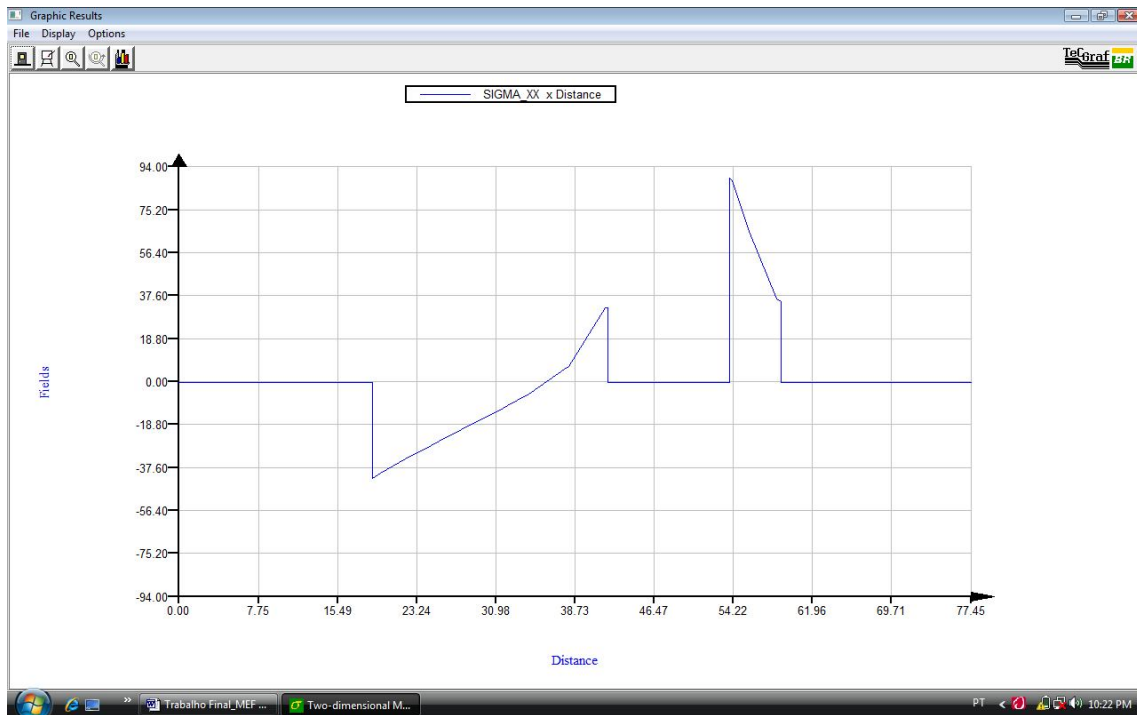


Figura 14 – Diagrama de tensões σ_{xx} na região do furo

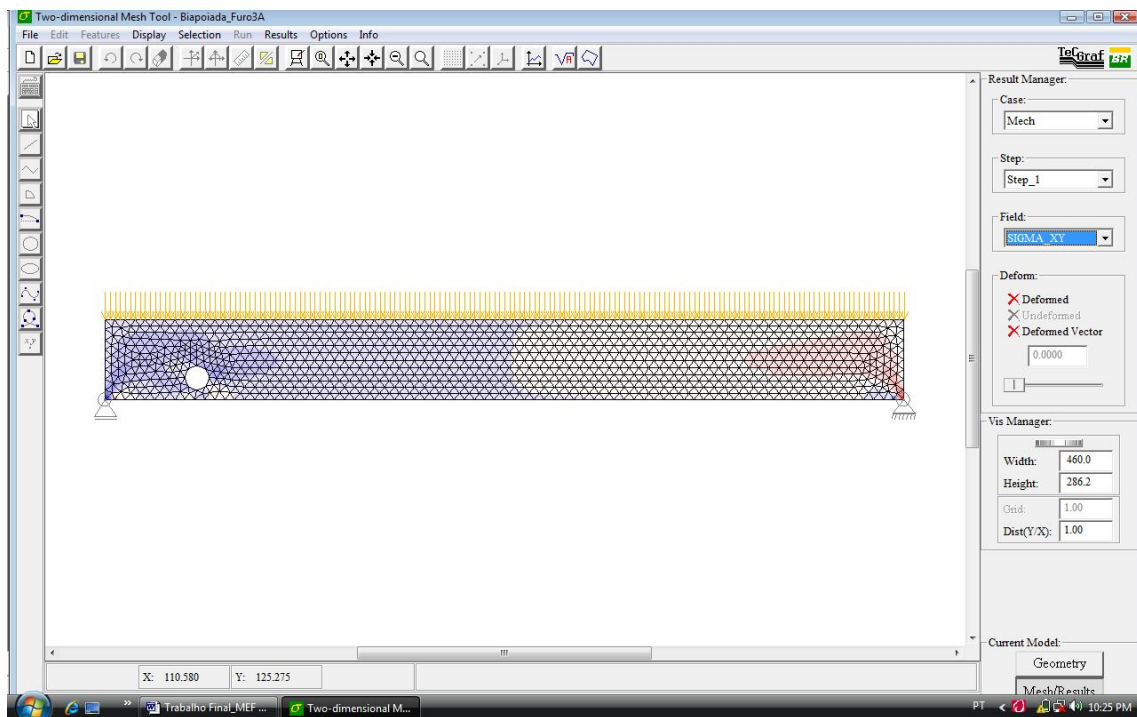


Figura 15 – Distribuição das tensões τ_{xy} na viga

Avaliação da verificação. Algumas importantes conclusões são extraídas desta verificação:

1. Observando o diagrama de tensões na região do furo, percebe-se que surgem apenas tensões σ_{xx} de tração em torno do furo. Estendendo, de forma simplificada, a análise para peças de concreto armado, nesta região a armadura é a grande responsável pelo combate de tensões de tração;
2. O furo encontra-se numa região de concentração de tensões de cisalhamento τ_{xy} sendo necessária uma avaliação mais detalhada;
3. O Método dos Elementos Finitos confirma as recomendações da NBR 6118.

6.5 Verificação de um furo maior que o diâmetro mínimo recomendado pela NBR 6118

São apresentadas a seguir as Fig. 16, 17, 18 e 19 que mostram respectivamente a peça modelada, o esquema da distribuição de tensões σ_{xx} de tração (em vermelho) e compressão (em azul) na peça, o diagrama de tensões σ_{xx} na região do furo e a distribuição das tensões τ_{xy} de cisalhamento.

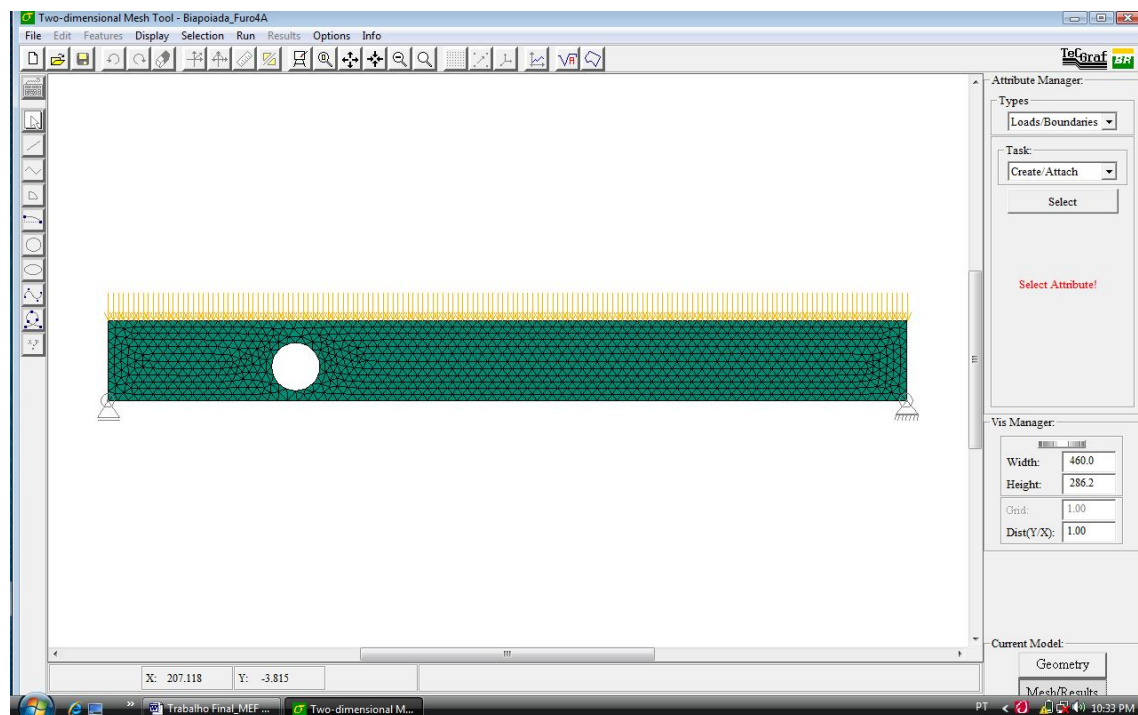


Figura 16 – Modelagem da viga no Mtool

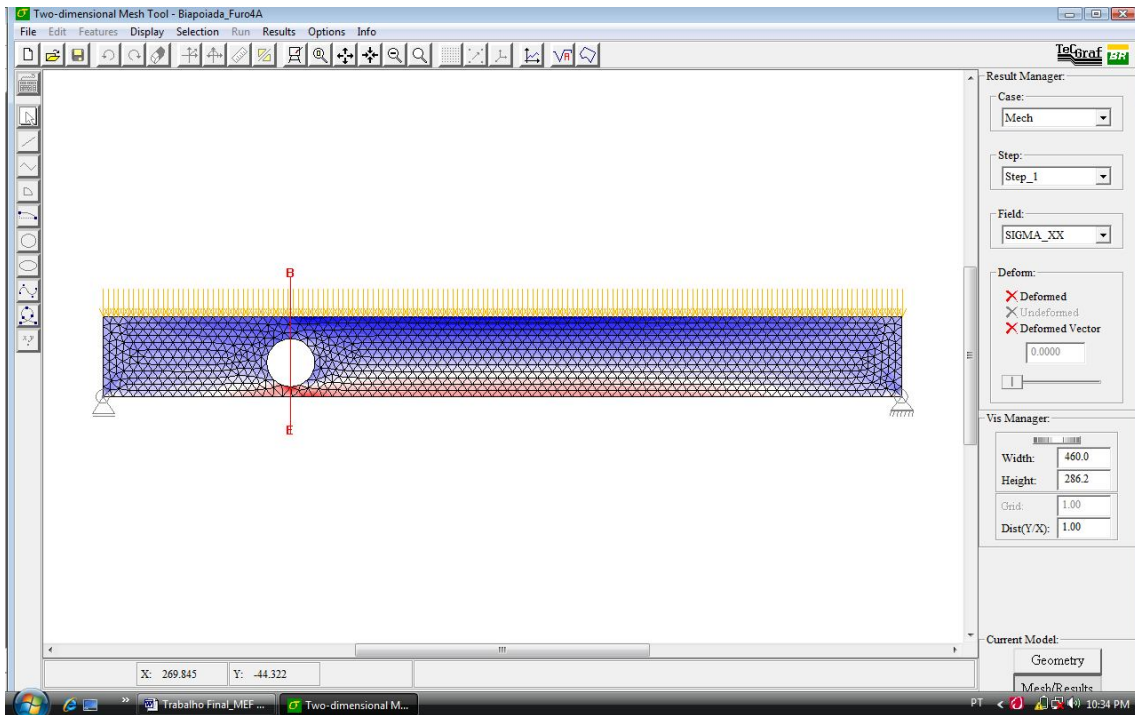


Figura 17 – Distribuição das tensões σ_{xx} na viga

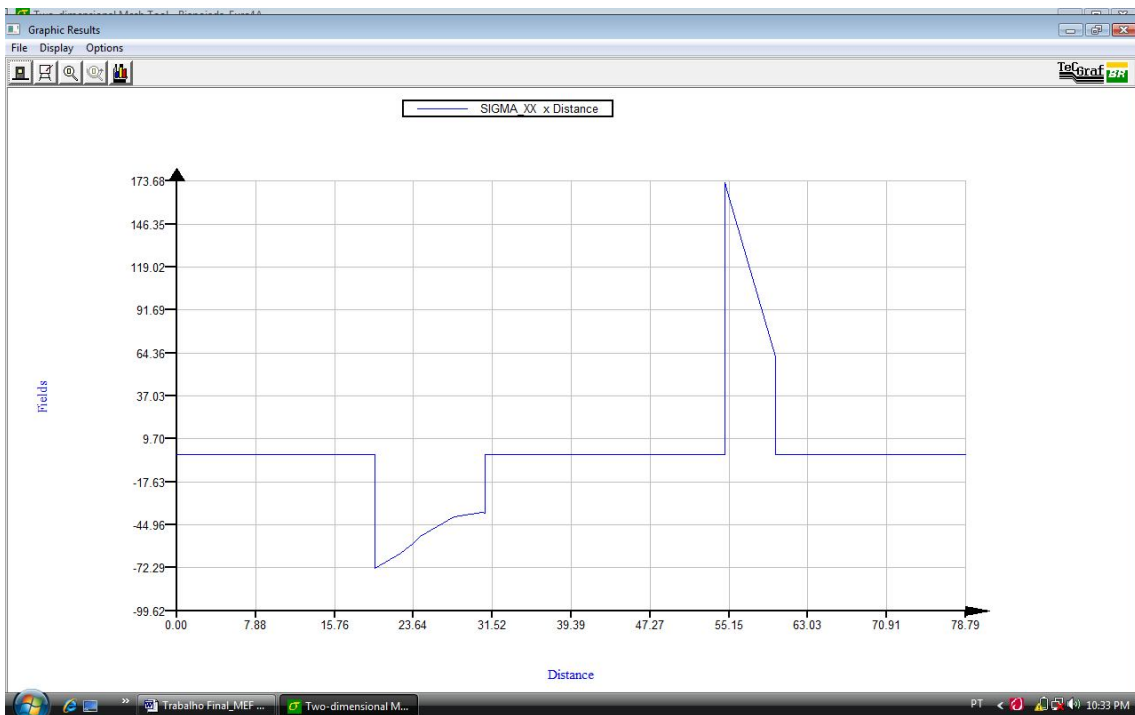


Figura 18 – Diagrama de tensões σ_{xx} na região do furo

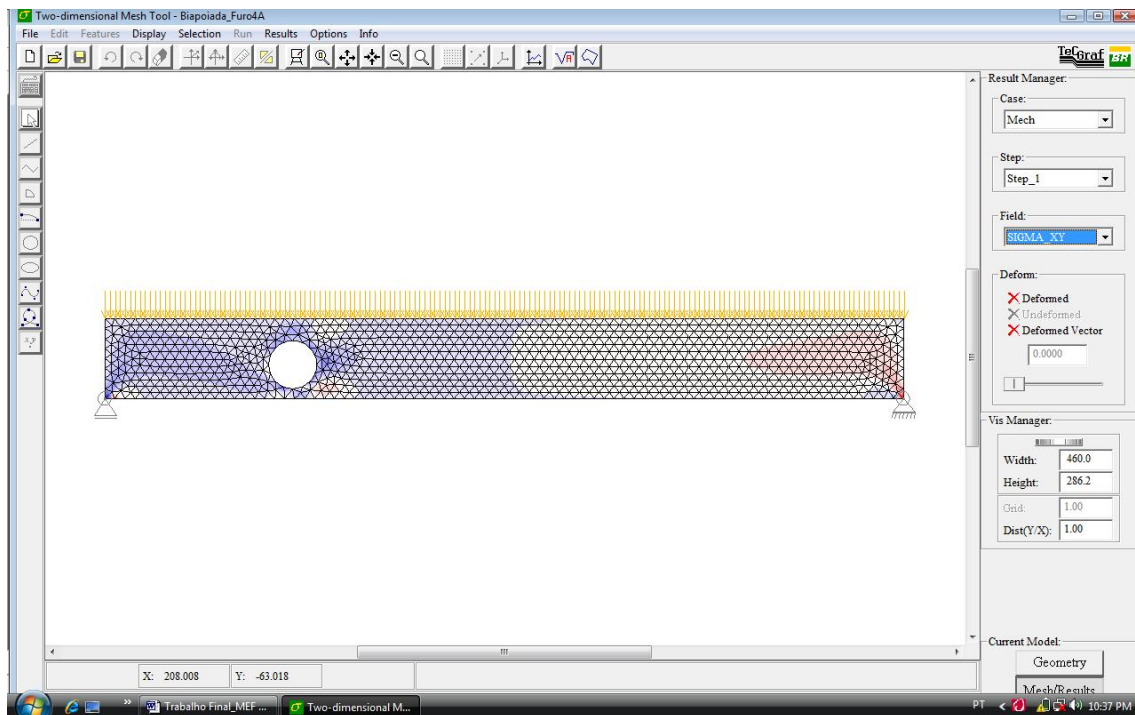


Figura 19 – Distribuição das tensões τ_{xy} na viga

Avaliação da verificação. Algumas importantes conclusões são extraídas desta verificação:

1. Observando o diagrama de tensões na região do furo, percebe-se que surgem tensões σ_{xx} de compressão em torno do furo, sendo necessária uma avaliação mais detalhada;
2. O Método dos Elementos Finitos confirma as recomendações da NBR 6118.

6.6 Verificação de um furo na região comprimida da peça

São apresentadas a seguir as Fig. 20, 21, 22 e 23 que mostram respectivamente a peça modelada, o esquema da distribuição de tensões σ_{xx} de tração (em vermelho) e compressão (em azul) na peça, o diagrama de tensões σ_{xx} na região do furo e a distribuição das tensões τ_{xy} de cisalhamento.

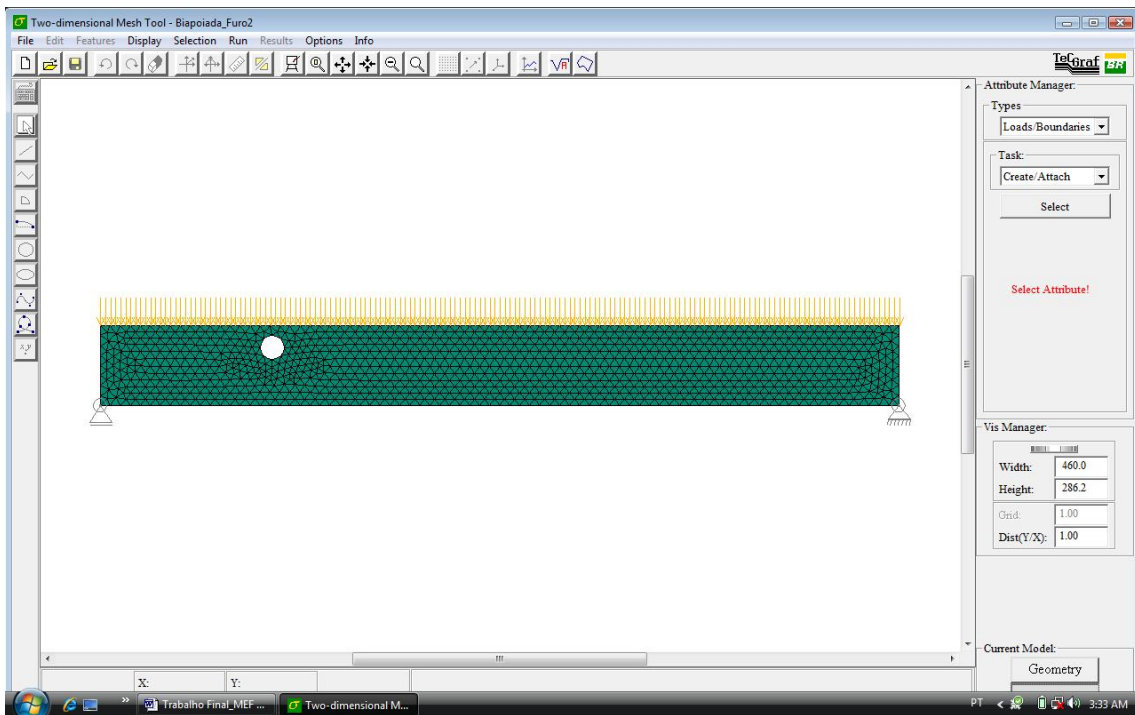


Figura 20 – Modelagem da viga no Mtool

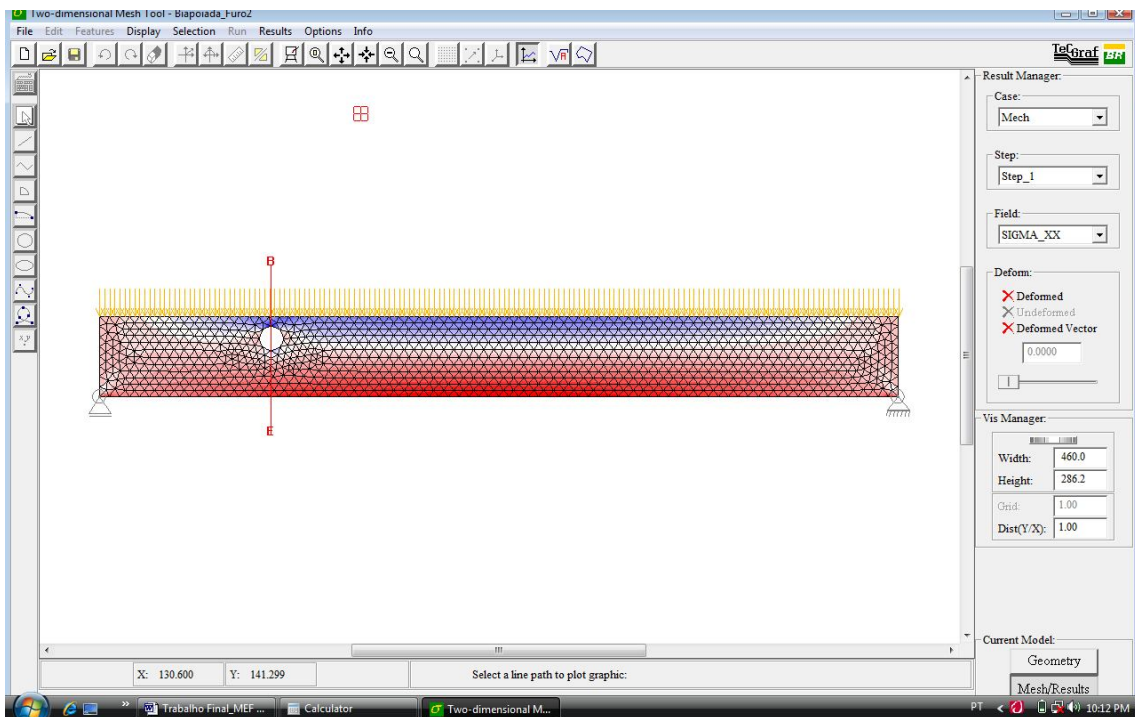


Figura 21 – Distribuição das tensões σ_{xx} na viga



Figura 22 – Diagrama de tensões σ_{xx} na região do furo

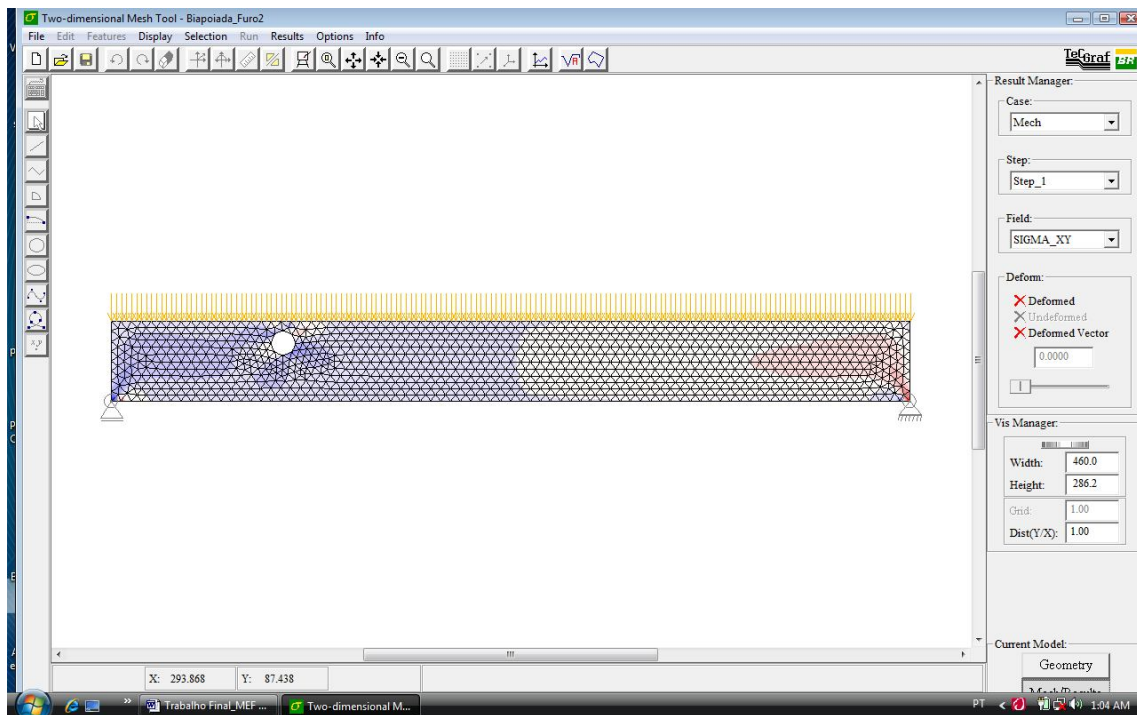


Figura 23 – Distribuição das tensões τ_{xy} na viga

Avaliação da verificação. Algumas importantes conclusões são extraídas desta verificação:

1. Observando o diagrama de tensões na região do furo, percebe-se que surgem tensões σ_{xx} de compressão em torno do furo, sendo necessária uma avaliação mais detalhada;
2. O Método dos Elementos Finitos confirma as recomendações da NBR 6118.

7. ANÁLISE DE RESULTADOS E CONCLUSÃO

Esta aplicação do Método dos Elementos Finitos não abordou muitos dos modelos constitutivos, nem os diferentes tipos de elementos que devem ser considerados nos diferentes comportamentos do concreto armado. O uso de uma das situações mais simples de comportamento do material foi adotado para iniciar o estudo de modelagem através do Método dos Elementos Finitos.

No que se diz respeito à dispensa de verificação das tensões na região de furos que atravessam vigas na direção de sua largura segundo a NBR 6118, as recomendações da Norma foram confirmadas pelo modelo numérico.

Para a elaboração de futuros trabalhos, sugere-se a avaliação do comportamento de furos que atravessam vigas na direção de sua largura quando há a necessidade de reforço de armadura e verificação mais detalhada das tensões. Nesta situação se faz necessário o aprofundamento dos conceitos apresentados na revisão bibliográfica deste trabalho e a validação do modelo numérico através de modelos experimentais como a série de ensaios em vigas de concreto armado de Bresler e Scordelis (1963).

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projetos de estruturas de concreto: procedimento: Rio de Janeiro, 2003.

BRESLER, B., SCORDELIS, A.C., *Shear strength of reinforced concrete beams*. Journal of American Concrete Institute, 1963.

D'ÁVILA, V.M.R., *Estudo sobre modelos de fissuração de peças de concreto armado via método dos elementos finitos*, 2003. 259p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

FUSCO, Péricles Brasiliense. *Técnicas de armar estruturas de concreto*. 1^a. Edição. São Paulo: PINI, 1995.

GAMINO, André Luis. *Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP*, 2007. 259 p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações.

LEONHARDT, Fritz & MÖNNIG, Eduard. *Construções de concreto – Vol. I*. 1^a. Edição. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1977.

MACHADO, Marcelo Augusto da Silva; TRAUTWEIN, Leandro Mouta; CAMPOS FILHO, Américo & BITTENCOUT, Túlio Nogueira. *Modelos de fissuração em estruturas de concreto armado via Método dos Elementos Finitos*. In CMNE/CILANCE, 2007. Porto. Anais.

PALIGA, C. M.; CAMPOS FILHO, A. & REAL, M. V. *Modelo de Elementos Finitos para análise numérica de estruturas de concreto armado reforçadas*, 2007. Disponível em <<http://www.Ibracon.org.br>. Acesso 10/05/2008.

RIBEIRO, Aline da Silva; CAMPOS FILHO, A. & PACHECO, Alexandre Rodrigues. *Modelo de Elementos Finitos para o estudo de estruturas segmentadas*, 2006. Disponível em <<http://www.Ibracon.org.br>. Acesso 10/05/2008.

ROCHA, Aderson Moreira da. *Concreto armado – Vol I*. 24^a. Edição. São Paulo: Nobel, 1986.

TNO Building and Construction Research, Diana User's Manual – Release 8.1. Delft, Netherlands, 2001.